

2 Bewegungen – ihre Ursachen und Folgen

Die Dynamik ist die Lehre von den Bewegungen und den Kräften, welche diese Bewegungen hervorrufen. Bevor nun die Bewegungen von Massenpunkten, Massenpunktsystemen und starren Körpern, als Modelle für Strukturen, Fahrzeuge und Maschinen, mit den Methoden der Kinematik und Kinetik genauer untersucht werden, sollen die Bewegungen, ihre Ursachen und ihre Folgen zunächst grundsätzlich dargestellt werden.

2.1 Vieles ist in Bewegung

Bewegungen kommen überall vor: in der Natur, in der Technik, im Verkehr und z. B. im Sport. In der Natur wiegt sich beispielsweise ein Getreidehalm im Wind. Ebenso ergeht es einem Fernsehturm, der durch Windböen zu nicht unbeträchtlichen Schwingungen angeregt wird. Eine größere Anzahl von rotatorischen und translatorischen Bewegungen kommt z. B. beim fahrenden Auto vor. Aber nicht nur Strukturen, Fahrzeuge und Maschinen sind in Bewegung. Auch Menschen und Tiere bewegen sich ständig. Der sportliche Mensch beispielsweise geht, läuft, springt, schwimmt, wirft einen Ball bzw. einen Speer oder fährt Fahrrad. Auch ein sitzender Mensch ist in Bewegung. Er bewegt z. B. seine Augen, seinen Kopf, seine Hände und Arme, usw. Sein Herz schlägt mit hoher Taktzahl.

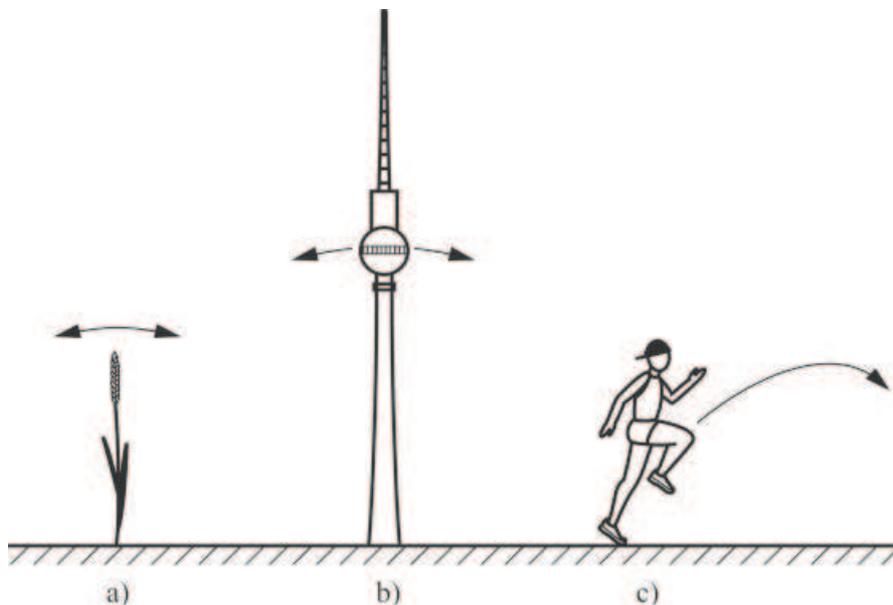


Bild 2-1 Bewegungen in Natur und Technik

- a) Getreide- oder Grashalm wiegt sich im Wind
- b) Fernsehturm führt Schwingungen um die Ruhelage aus
- c) Sportler setzt zum Sprung an

2.2 Ursachen für Bewegungen

Ursachen für Bewegungen oder Bewegungsänderungen sind Kräfte und/oder Momente.

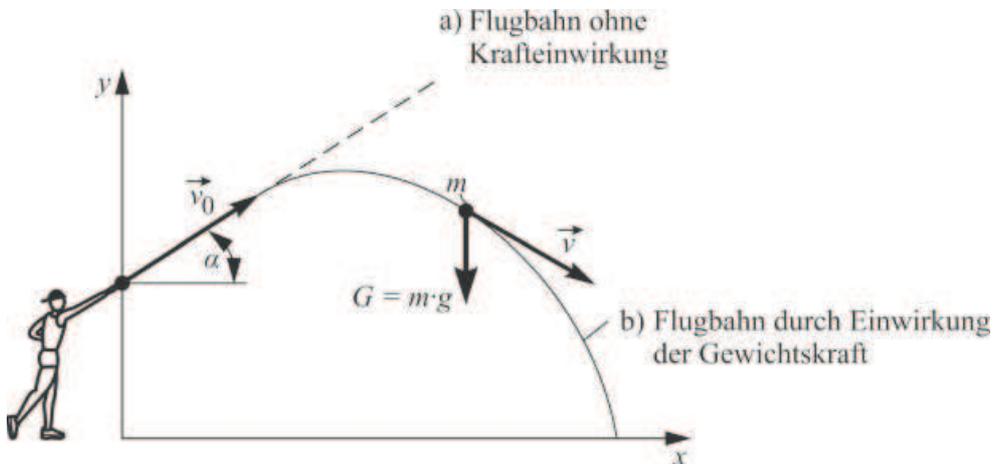


Bild 2-2 Flugbahn einer Kugel (Masse m) beim Kugelstoßen (Abstoßgeschwindigkeit \vec{v}_0 , Abstoßwinkel α)
 a) Flugbahn der Kugel für den unrealistischen Fall, dass keine Kraft einwirkt
 b) Reale Flugbahn entsteht durch Einwirkung der Gewichtskraft $G = m \cdot g$

Kräfte rufen Beschleunigungen oder Verzögerungen, d. h. Geschwindigkeitsänderungen hervor. Auch die Bewegungsrichtung wird durch Kräfte beeinflusst. Dies wird beispielsweise bei einer Flugbewegung von Sportgeräten, z. B. einer Kugel, deutlich. Eine Kugel, die von einem Kugelstoßer mit einer Geschwindigkeit \vec{v}_0 unter einem Winkel α abgestoßen wird, würde ohne Einwirkung von Kräften einer geradlinigen Flugbahn folgen, Bild 2-2a. Dies ist natürlich unrealistisch. Tatsächlich folgt die Kugel unter der Einwirkung der Gewichtskraft einer parabelförmigen Bahn, Bild 2-2. Zudem beeinflussen z. B. Windkräfte und Luftwiderstandskräfte den Bahnverlauf.

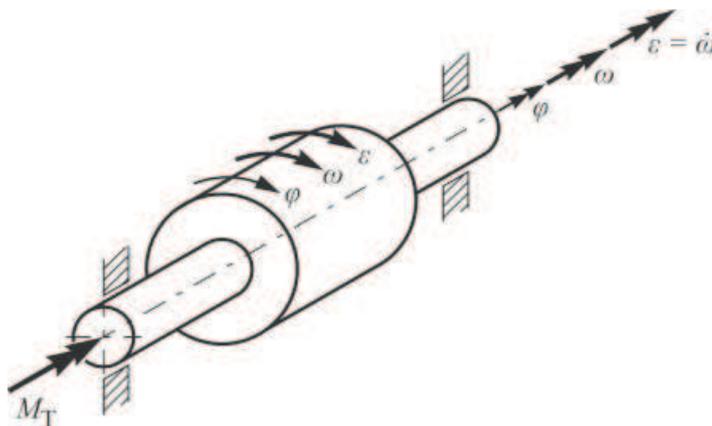


Bild 2-3 Antriebswelle wird durch das Antriebsmoment M_T in eine beschleunigte Drehbewegung versetzt

Momente führen bei beweglichen Körpern zu Drehbewegungen oder zu Änderungen von bisherigen Bewegungszuständen. So wird z. B. die Antriebswelle in Bild 2-3 durch das Torsionsmoment M_T beschleunigt gedreht (Winkelbeschleunigung $\epsilon = \dot{\omega}$), d. h. die Winkelge-

schwindigkeit ω wird verändert. Auch der Drehwinkel φ ändert durch die Einwirkung des Torsionsmoments seine bisherige Zeitabhängigkeit.

2.3 Folgen von Bewegungen

Mit Fahrzeugen kann man sich mehr oder weniger schnell fortbewegen. Die Bewegungen der Räder führen aber auch zu Lärm, zu Verschleiß oder zu Materialermüdung, siehe z. B. das Eisenbahnrad in Bild 2-4. Während Lärm eine Umweltbelastung darstellt, führt Verschleiß dazu, dass Reprofilierungs- oder Instandhaltungsarbeiten anfallen. Zyklisch belastete Teile müssen dauerfest ausgelegt sein, um Schäden durch Dauerbruch zu vermeiden.

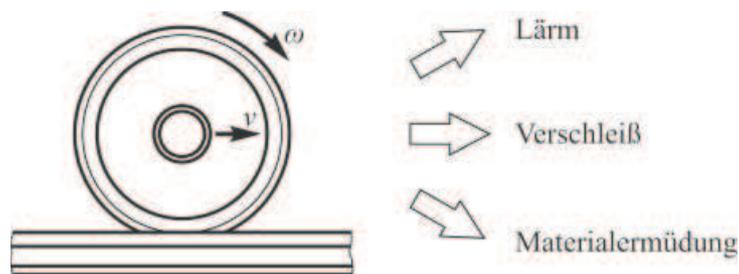


Bild 2-4 Folgen von Bewegungen am Beispiel eines Eisenbahnrades: Lärm, Verschleiß, Materialermüdung

Zeitlich veränderliche Belastungen oder Bewegungen führen zur Verminderung der Festigkeit der eingesetzten Materialien durch die so genannte Materialermüdung. Bei hohen Lastwechselzahlen (z. B. $> 10^6$) verringert sich die Festigkeit (Dauerfestigkeit) auf ca. 40 bis 45% der statischen Festigkeit, siehe Bild 2-5c.

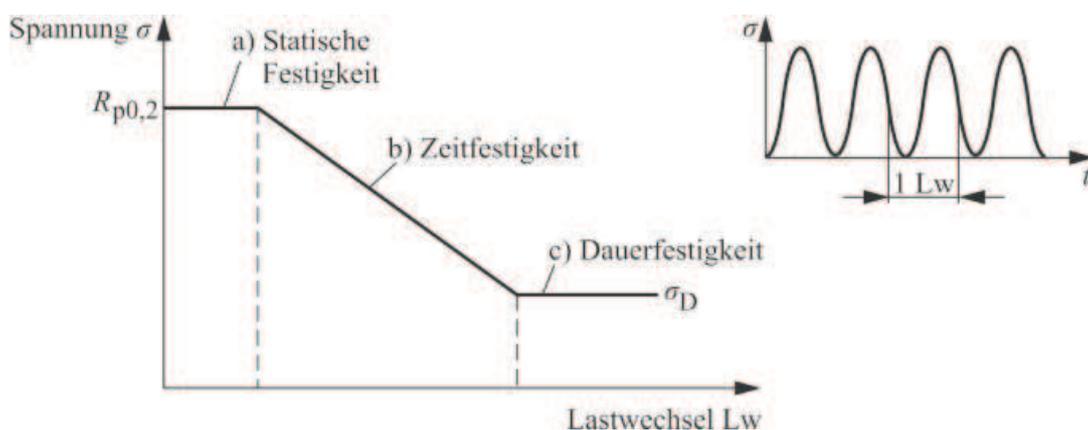


Bild 2-5 Verminderung der Festigkeit von Materialien durch zyklische Belastung

- Statische Festigkeit bei statischer Belastung
- Zeitfestigkeit bei zeitlich begrenzter zyklischer Belastung
- Dauerfestigkeit bei permanenter zyklischer Belastung

Beim Menschen, der Sport treibt, führen wiederholte Bewegungen zu Fitness. Dies ist positiv. Dagegen können stark beschleunigte oder verzögerte Bewegungen beim Menschen Unwohlsein auslösen. Ein Beispiel hierfür ist das schnelle Kurvenfahren beim Auto.

2.4 Idealisierungen

Verschiedene Idealisierungen der Mechanik sind bereits aus der Statik bekannt (siehe z. B. [1]). Hier wurde unter anderem der Massenpunkt, die Einzelkraft und insbesondere der starre Körper definiert. Diese Idealisierungen gelten auch in der Dynamik. Hier unterscheidet man

- den Massenpunkt,
- das Massensystem und
- den starren Körper.

Diese Idealisierungen werden nun aus Sicht der Dynamik erläutert.

2.4.1 Massenpunkt

Beim Massenpunkt oder materiellen Punkt handelt es sich um einen massebehafteten Körper kleiner Abmessungen. Die Körperabmessungen müssen dabei lediglich klein im Verhältnis zur Bewegungsbahn sein. D. h. eine Kugel kann beim Kugelstoßen als klein gegenüber der Flugbahn angesehen werden. Gleiches gilt für die globale Bewegung einer Rakete, die sich auf einer Bahn zum Mond befindet. Stoßen dagegen zwei Autos auf einer Kreuzung gegeneinander, kann nicht von dem Zusammenstoß zweier Massenpunkte ausgegangen werden.

Ein Massenpunkt, der sich frei im Raum bewegen kann, hat drei Freiheitsgrade der Bewegung. Es handelt sich um drei Translationen. Der Massenpunkt kann sich somit z. B. mit einer Geschwindigkeit v_x in x -Richtung, einer Geschwindigkeit v_y in y -Richtung und einer Geschwindigkeit v_z in z -Richtung bewegen, Bild 2-6a.

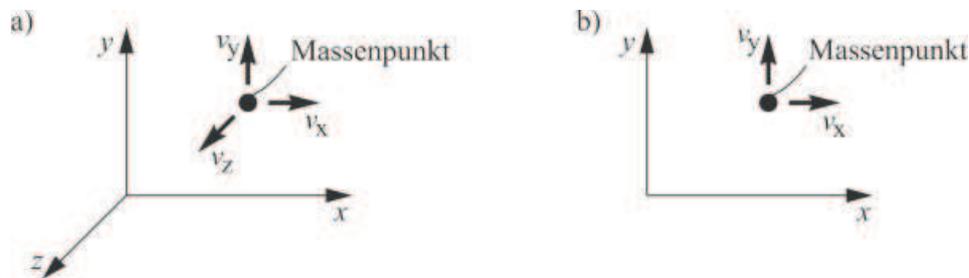


Bild 2-6 Bewegungsmöglichkeiten (Freiheitsgrade) eines Massenpunktes

- Drei Freiheitsgrade im Raum
- Zwei Freiheitsgrade in der Ebene

In einer Ebene besitzt der Massenpunkt zwei Freiheitsgrade, Bild 2-6b. Es sind somit eine Bewegung mit der Geschwindigkeit v_x in x -Richtung und eine Bewegung mit einer Geschwindigkeit v_y in y -Richtung, d. h. zwei Translationen, möglich.

2.4.2 Starrer Körper

Bei einem starren Körper (Abkürzung: SK) handelt es sich um einen massebehafteten Körper, der sich nicht verformt (siehe auch Kapitel 2.3 in [1]). Aber absolut starre Körper gibt es nicht (siehe z. B. Kapitel 3.4 in [2]). Die Idealisierung starrer Körper lässt sich jedoch mit guter Näherung auch für wenig verformbare Körper anwenden, versagt aber bei Massen, die sich bei Bewegung stark verformen oder verändern. Z. B. verhält sich ein rohes Ei bei einer Bewegung

nicht wie ein starrer Körper, ein gekochtes Ei kann dagegen als starrer Körper angesehen werden.

Ein starrer Körper, der sich frei im Raum bewegen kann, besitzt insgesamt sechs Freiheitsgrade der Bewegung: drei Translationen und drei Rotationen. Er kann sich in die x -, y - und z -Richtung z. B. mit den Geschwindigkeiten v_x , v_y und v_z translatorisch bewegen und er kann sich bei allgemeiner räumlicher Bewegung jeweils um die x -, y - und z -Achse mit den Winkelgeschwindigkeiten ω_x , ω_y und ω_z drehen, Bild 2-7a. Bewegt sich ein starrer Körper in oder auf einer Ebene, so verbleiben ihm noch drei Freiheitsgrade, nämlich die Translationen in x - und y -Richtung und die Rotation um die z -Achse, Bild 2-7b.

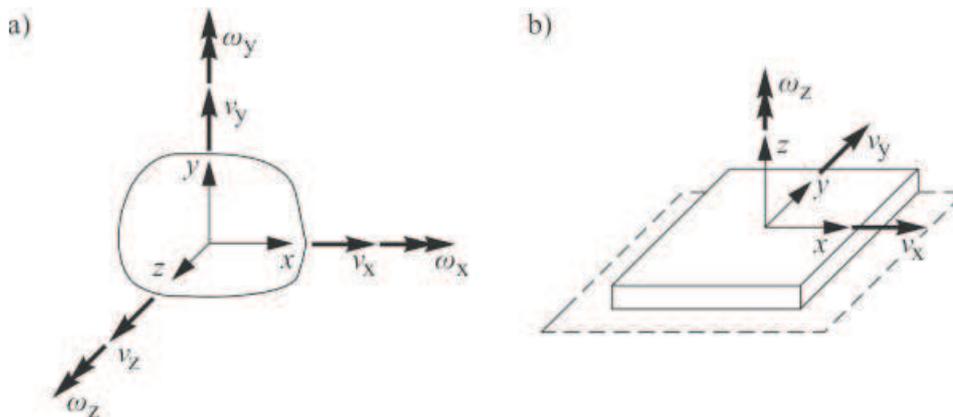


Bild 2-7 Bewegungsmöglichkeiten (Freiheitsgrade) eines starren Körpers
 a) Sechs Freiheitsgrade im Raum: 3 Translationen, 3 Rotationen
 b) Drei Freiheitsgrade in der Ebene: 2 Translationen, 1 Rotation

2.4.3 Massenpunktsystem

Unter einem Massenpunktsystem versteht man eine endliche Zahl von Massenpunkten, die miteinander in Verbindung stehen. Die Verbindungen können starr sein, in diesem Fall spricht man von kinematischen Bindungen, oder z. B. elastisch sein, hier liegt dann eine physikalische Bindung vor.

Man unterscheidet somit

- kinematische Bindungen und
- physikalische Bindungen.

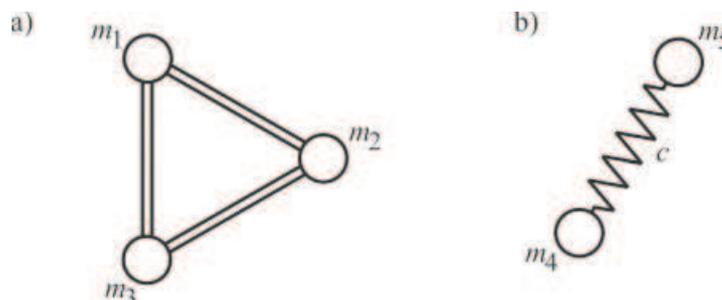


Bild 2-8 Massenpunktsysteme
 a) Drei-Massen-System mit kinematischen Bindungen
 b) Zwei-Massen-System mit physikalischer Bindung

Bei kinematischen Bindungen bestehen zwischen den Massenpunkten geometrische Beziehungen. Dies ist z. B. der Fall, wenn Massen durch starre Stangen miteinander verbunden sind, Bild 2-8a. Liegen physikalische Bindungen vor, so bestehen zwischen den Abständen und den Bindungskräften physikalische Zusammenhänge. Dies ist der Fall, wenn z. B. zwei Massen durch eine Feder verbunden sind, Bild 2-8b.

Bei Massenpunktsystemen hängen die Freiheitsgrade der Bewegung von der Anzahl der Massen, der Art und der Anzahl der Bindungen sowie von der Bewegungsart (räumliche Bewegung, ebene Bewegung, einachsige oder geradlinige Bewegung) ab.

2.5 Einteilung der Bewegungen

Bewegungen können u. a. eingeteilt werden in

- geradlinige Bewegungen,
- ebene Bewegungen,
- räumliche Bewegungen,
- Translationen,
- Rotationen,
- gleichförmige Bewegungen,
- beschleunigte Bewegungen,
- einmalige Bewegungen,
- wiederkehrende Bewegungen.

Bei der geradlinigen Bewegung handelt es sich um die einfachste Form der Bewegung, die aber große praktische Bedeutung hat. Die Bahnkoordinate oder x -Koordinate fällt mit der Bahn zusammen, Bild 2-9a. Geschwindigkeit und Beschleunigung sind Zeitableitungen der Koordinate x .

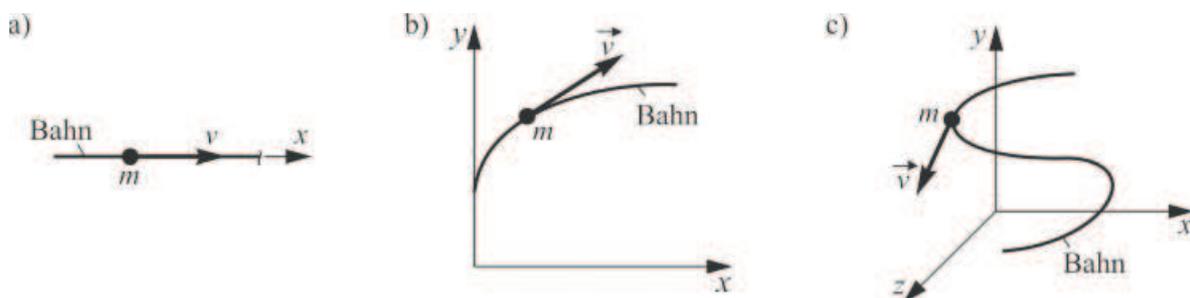


Bild 2-9 Einteilung der Bewegungen eines Massenpunktes

- a) geradlinige Bewegung
- b) ebene Bewegung
- c) räumliche Bewegung

Bewegungen in oder auf einer Ebene können z. B. mit kartesischen Koordinaten, Bild 2-9b, Polarkoordinaten oder natürlichen Koordinaten dargestellt werden. Bewegungen im Raum, Bild 2-9c, lassen sich z. B. in kartesischen Koordinaten und in Zylinderkoordinaten beschreiben.

Bei einer Translation, Bild 2-10a, verschieben sich alle Punkte eines Körpers um den gleichen Betrag. Somit sind auch die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen für alle Punkte gleich. Eine reine Rotation, Bild 2-10b, liegt vor, wenn sich alle Punkte eines starren Körpers um eine gemeinsame Achse drehen. Somit sind der Verdrehwinkel, die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung für alle Punkte des Körpers gleich, siehe auch Bild 2-3. Eine Überlagerung von Translation und Rotation ergibt sich z. B. bei einem rollenden Rad, siehe z. B. Bild 2-4.

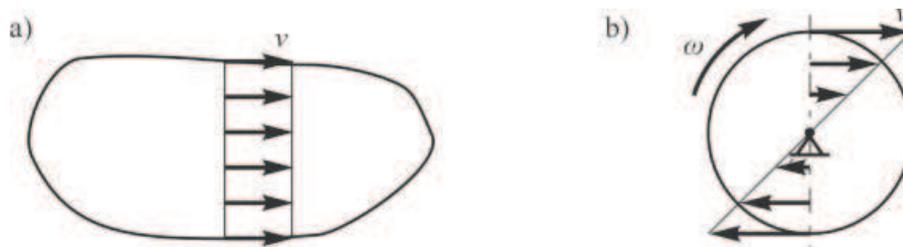


Bild 2-10 Unterscheidung zwischen Translation und Rotation beim starren Körper
 a) Translation: Geschwindigkeit v ist für alle Punkte des SK gleich
 b) Rotation: Winkelgeschwindigkeit ω ist für alle Punkte des SK gleich

Gleichförmige Bewegungen liegen vor, wenn sich ein Massenpunkt oder ein starrer Körper mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Bei beschleunigten Bewegungen ist die Geschwindigkeit hingegen nicht konstant. Die Geschwindigkeitsänderungen führen zu Beschleunigungen oder Verzögerungen.

Bewegungen können auch eingeteilt werden in einmalige Bewegungen oder wiederkehrende Bewegungen. Zu den einmaligen Bewegungen zählen z. B. Wurf- oder Sprungbewegungen, siehe z. B. Bild 2-1c und Bild 2-2. Schwingungen stellen dagegen wiederkehrende Bewegungen dar, siehe z. B. Bild 2-1a und Bild 2-1b.

2.6 Kinematik und Kinetik

Die Betrachtung der Bewegungen von Massenpunkten, starren Körpern und Massenpunktsystemen erfolgt in den Teilgebieten Kinematik und Kinetik.

Die Kinematik als reine Bewegungslehre betrachtet insbesondere die Geometrie der Bewegung, d. h. die Bewegungsbahn, sowie die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen, die beim Bewegungsvorgang auftreten. Grundgrößen der Kinematik sind Weg (Länge) und Zeit.

Die Kinetik beschreibt die Beziehungen zwischen den Bewegungen bzw. den Bewegungsänderungen und den sie beeinflussenden Kräften. Wichtige Größen der Kinetik sind dementsprechend Weg (Länge), Zeit, Masse und Kraft.

In den nachfolgenden Kapiteln werden jeweils die Grundlagen der Kinematik und der Kinetik anhand von Massenpunkten, Massenpunktsystemen und starren Körpern beschrieben.