

TEIL 1: Statik

1 Begriffe, Grundgesetze, Grundaufgaben

Kraft, Masse, Gewichtskraft, Gleichgewichtsaxiom, Wechselwirkungsgesetz, Verschiebbarkeit der Kraft längs ihrer Wirkungslinie, Kräfteparallelogramm, Krafteck, Hebelgesetz

In Teil 1 beschäftigen wir uns mit den Kräften, die auf einen starren (d. h. nicht verformbaren) ruhenden oder mit konstanter Geschwindigkeit translatorisch bewegten Körper einwirken, den sog. äußeren Kräften (z. B. Windkräfte, Auftriebskräfte). Von Interesse sind auch Kräfte, die zwischen starren Körpern (Kontaktkräfte) oder zwischen starren Körpern und deren Lagerungen (Lagerkräfte) wirken. Des Weiteren werden wir die Kräfte und Momente im Innern eines Körpers bestimmen.

1

1.1 Die Kraft

Die Kraft ist eine Größe, die den Bewegungszustand und/oder die Form eines Körpers ändern kann, s. Teil 2 und 3.

Die Kraft ist allgemein ein sog. gebundener Vektor.

Dieser ist festgelegt durch:

1. Betrag (Zahlenwert einschließlich Einheit)
2. Wirkungslinie
3. Richtungssinn
4. Angriffspunkt

Im Gegensatz zur Kraft ist z. B. die Temperatur ein Skalar. Bei diesem genügt die Angabe des Betrags.

Für den Kraftvektor schreiben wir F (in der Literatur ist auch \vec{F} üblich) und für den Betrag beispielsweise $F = 100 \text{ N}$. N (wie Newton) ist die Krafteinheit, benannt nach dem berühmten englischen Physiker ISAAC NEWTON¹.

Anschaulich wird die Kraft in einer Skizze, Bild 1.1. Zur maßstäblichen Darstellung benötigen wir den Kräftemaßstab m_F , z. B.

$$m_F = \frac{200 \text{ N}}{\text{cm}} .$$

¹ ISAAC NEWTON 1643 – 1727

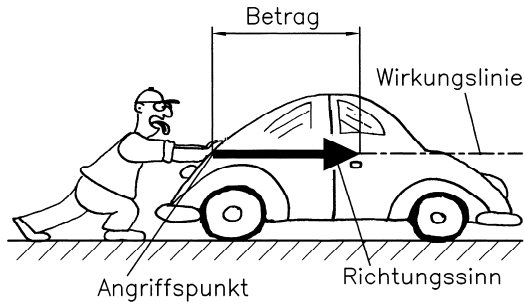


Bild 1.1 Die 4 Merkmale des gebundenen Kraftvektors

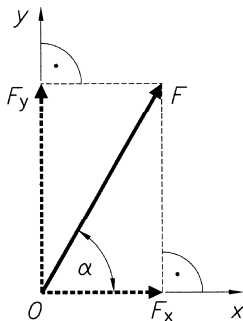
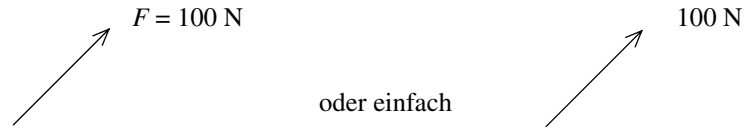


Bild 1.2 Die Kraft im kartesischen Koordinatensystem

Der 2 cm lange Pfeil bedeutet damit eine Kraft

$$F = 2 \text{ cm} \cdot m_F = 2 \text{ cm} \cdot \frac{200 \text{ N}}{\text{cm}} = 400 \text{ N}.$$

Oft wird die Pfeillänge nicht maßstäblich gezeichnet, stattdessen der Betrag neben die Pfeilspitze geschrieben:



Zur analytischen Beschreibung bezieht man die Kraft auf ein kartesisches x,y -Koordinatensystem, Bild 1.2.

Die Kraft \vec{F} ist analytisch festgelegt entweder durch die Komponenten

$$\begin{aligned} F_x &= F \cdot \cos \alpha \\ F_y &= F \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (1.1)$$

oder durch den Betrag F und den Winkel α zwischen \vec{F} und der x -Achse.

1.2 Masse und Gewichtskraft

Die Masse m ist die Materiemenge, die von der Körperoberfläche eingeschlossen wird. Sie beschreibt die Eigenschaft eines Körpers, die sich sowohl in Trägheitswirkungen gegenüber einer Änderung seines Bewegungszustandes als auch in der Anziehung auf andere Körper äußert.

$$\text{Masse } m = \rho \cdot V \quad \text{in kg} \quad (1.2)$$

mit

V : Volumen in m^3 u. ä.

ρ : Dichte in kg/m^3 , kg/dm^3 u. ä.

Zwei Werte für ρ :

Stahl	$\rho \approx 7,85 \text{ kg}/\text{dm}^3$
Aluminiumlegierung	$2,7 \text{ kg}/\text{dm}^3$

Weitere Werte in A9.3.

Jede Masse wird von der Erde angezogen, und zwar mit der

$$\text{Gewichtskraft } \vec{F}_G = m \cdot \vec{g}. \quad (1.3 \text{ a})$$

\vec{g} ist die Fallbeschleunigung; sie zeigt zum Erdmittelpunkt hin, d. h. vertikal oder lotrecht nach unten.

$$g \approx 9,81 \text{ m/s}^2 \quad \text{in der Nähe der Erdoberfläche}$$

Betrag der Gewichtskraft:

$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \quad \text{in N} \quad (1.3 \text{ b})$$

Die Gewichtskraft ist eine sog. eingeprägte Kraft. Sie spielt eine große Rolle in Statik und Dynamik.

Beispiel 1.1

Welche Masse m und welche Gewichtskraft F_G hat eine Stahlkugel vom Radius $R = 10 \text{ mm}$ und der Dichte $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$?

Lösung:

A5.1 entnehmen wir:

$$m = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot \frac{10^{-6} \text{ dm}^3}{\text{mm}^3}$$

$$m \approx 0,0329 \text{ kg}$$

Mit (1.3b) folgt:

$$F_G = m \cdot g \approx 0,0329 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,323 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 0,323 \text{ N}$$

mit der Umrechnung gemäß A1.1:

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

*

Die Masse wird vereinfachend meist mit dem Wägewert, d. h. dem Ergebnis einer Wägung in Luft (auch Gewicht genannt) gleichgesetzt. Als Einheiten werden außer dem Kilogramm auch Gramm und Tonne verwendet.

1.3 Das Gleichgewichtsaxiom

Bleibt ein Körper unter der Einwirkung beliebiger Kräfte in Ruhe, so befindet er sich im Gleichgewicht.

Das ist ein Axiom, d. h. eine Grunderkenntnis, die nicht mehr bewiesen werden kann, aber durch jahrhundertelange Erfahrung bestätigt wird.

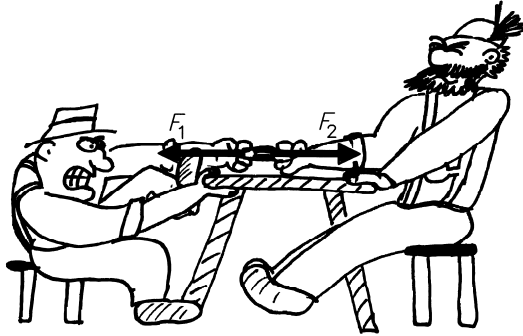


Bild 1.3 Zwei Kräfte im Gleichgewicht

Ein Sonderfall ist das Gleichgewicht von **zwei** Kräften, Bild 1.3. Hierfür gilt:

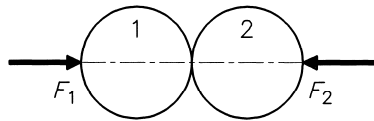
Zwei Kräfte sind im Gleichgewicht, wenn sie

1. die gleiche Wirkungslinie haben,
2. entgegengesetzt gerichtet und
3. gleich groß sind.

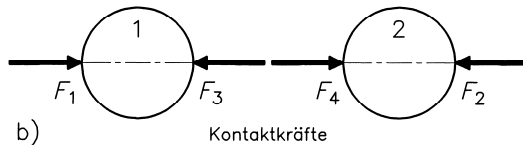
Alle 3 Bedingungen lassen sich in einer einzigen Vektorgleichung zusammenfassen:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad (1.4)$$

Achtung: Die Vektoren sind entgegengesetzt gleich (Minus!); die Beträge sind direkt gleich ($F_1 = F_2$).



a)



b)

Kontaktkräfte

Bild 1.4 Kontaktkräfte

a) zwei Körper in Kontakt

b) Sichtbarmachen der Kontaktkräfte

1.4 Das Wechselwirkungsgesetz

An der Berührstelle zweier Körper treten Kontaktkräfte (Berührkräfte) auf. Das sind im Gegensatz zu den äußeren Kräften \vec{F}_1 und \vec{F}_2 innere Kräfte für das Gesamtsystem und sie erscheinen somit in Bild 1.4a nicht. Rückt man die beiden Körper gedanklich auseinander, lassen sich die Kontaktkräfte einzeichnen, Bild 1.4b. Sie werden zu äußeren Kräften für die Einzelkörper oder Teilsysteme. \vec{F}_3 ist die Kraft vom Körper 2 auf den Körper 1, \vec{F}_4 vom Körper 1 auf den Körper 2.

Das Gleichgewichtsaxiom liefert:

$$\text{Körper 1: } F_3 = F_1$$

$$\text{Körper 2: } F_4 = F_2$$

$$\text{Gesamtanordnung, Bild 1.4a: } F_1 = F_2$$

$$\text{Der Vergleich der drei Zeilen führt auf: } F_3 = F_4.$$

Die Kräfte zweier Körper aufeinander sind stets gleich groß und entgegengesetzt gerichtet, kurz: *actio = reactio*.

Das ist das Dritte Grundgesetz von NEWTON, das sog. Wechselwirkungsgesetz.

Beispiele dafür gibt es beliebig viele: Sie drücken mit Ihrem Gewicht auf den Stuhl, der Stuhl drückt mit gleicher Kraft dagegen. Zwei Zahnräder kämten miteinander, Bild 1.5a, die beiden Zahnflanken drücken mit gleicher Kraft aufeinander, Bild 1.5b, etc. pp.

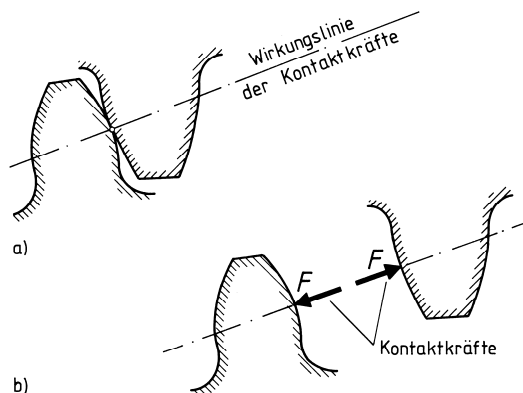


Bild 1.5 Kontaktkräfte bei Zahnrädern

a) Zahnpaar momentan in Kontakt

b) Kontaktkräfte (Zahnkräfte)

1.5 Die Verschiebbarkeit der Kraft längs ihrer Wirkungslinie

Die 3 Situationen in Bild 1.6 sind in ihrer äußeren Wirkung gleichwertig, d. h. die Wirkung der Gewichtskraft $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ auf die Lager ist in allen drei Fällen gleich. Das bedeutet:

Eine Kraft kann längs ihrer Wirkungslinie verschoben werden, ohne dass sich die äußere Wirkung ändert.

Achtung! In der Festigkeitslehre ist der Kraftangriffspunkt im Allgemeinen zu beachten. Das gilt auch für Kap. 10 und 11 von Teil 1 zur Bestimmung der inneren Kräfte.

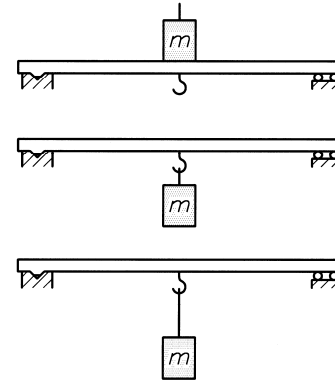


Bild 1.6 Verschiebung der Kraft längs ihrer Wirkungslinie

1.6 Kräfteparallelogramm und Krafteck

Die beiden Schlepper in Bild 1.7a ziehen am Ozeanriesen mit den Kräften \vec{F}_1 und \vec{F}_2 . Die resultierende Kraft \vec{F}_R (kurz Resultierende) entspricht der Diagonalen des Kräfteparallelogramms. Es gilt somit der Satz (Axiom vom Kräfteparallelogramm):

Zwei Kräften \vec{F}_1 und \vec{F}_2 mit gemeinsamem Angriffspunkt ist eine einzige Kraft \vec{F}_R statisch gleichwertig, die am selben Punkt angreift und der Diagonale des von \vec{F}_1 und \vec{F}_2 gebildeten Parallelogramms entspricht.

Zur Konstruktion von \vec{F}_R genügt auch die Hälfte des Parallelogramms, das sog. Krafteck, Bild 1.7b.

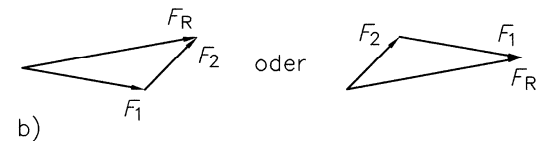
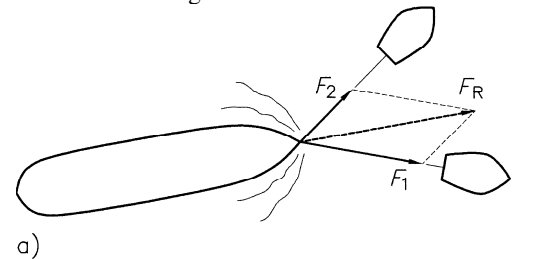


Bild 1.7 Die Resultierende von zwei Kräften
a) Kräfteparallelogramm
b) Krafteck

1.7 Die Zerlegung einer Kraft nach zwei nichtparallelen Wirkungslinien

Das ist die Umkehrung des vorangegangenen Problems. Hierzu die Situation in Bild 1.8a. Die Gewichtskraft $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ wird durch die beiden Seilkräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 gehalten. Wie lassen sich die Seilkräfte zeichnerisch bestimmen?

Die Resultierende \vec{F}_R der Seilkräfte muss der Gewichtskraft das Gleichgewicht halten. Diese Resultierende ist die Diagonale des Parallelogramms, das von \vec{F}_1 und \vec{F}_2 gebildet wird, Bild 1.8b. Wir müssen also Parallelen zu den Seilen an \vec{F}_R zeichnen und erhalten damit

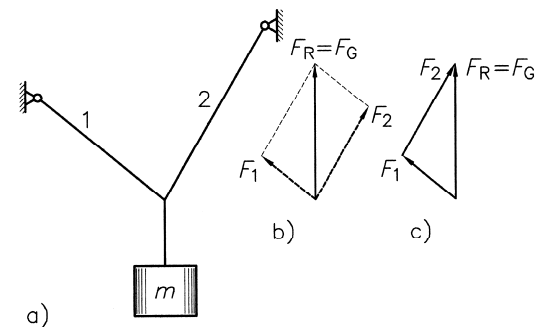


Bild 1.8 Zerlegung einer Kraft
a) Gewicht an zwei Seilen
b) Zerlegung von F_R mit Hilfe des Kräfteparallelogramms
c) Zerlegung mit Hilfe des Kraftecks

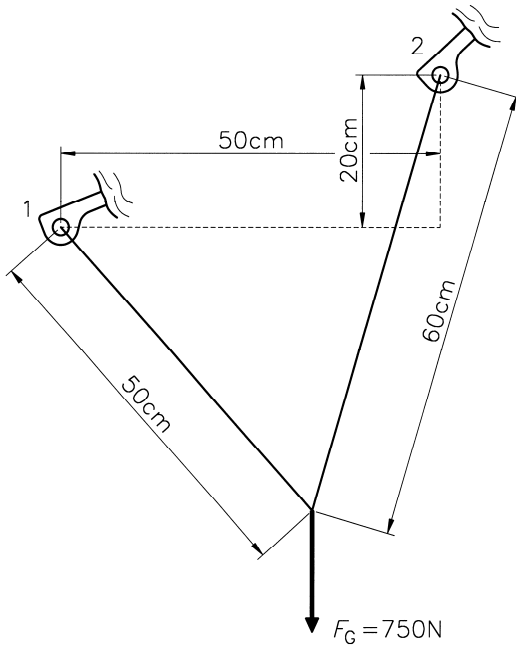
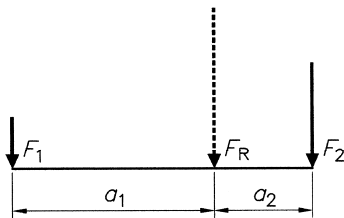


Bild 1.9 Kräftezerlegung beim Klettern, Übung 1.1

Bild 1.10 Die Resultierende \vec{F}_R der parallelen Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2

\vec{F}_1 und \vec{F}_2 . Das Gleiche bekommen wir schneller über das Kräfteck, Bild 1.8c.

Eine weitere häufige Anwendung der Kräftezerlegung ist der Keil.

Übung 1.1

Ein Kletterer hat gemäß Bild 1.9 in den gezeichneten Abständen zwei Haken geschlagen und sich daran mit Hilfe zweier Schlingen von 50 cm bzw. 60 cm Länge gesichert.

Bestimmen Sie graphisch die Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 der Haken 1 bzw. 2 auf die Schlingen, wenn der Kletterer mit seinem gesamten Gewicht (Gewichtskraft $F_G = 750 \text{ N}$) in der Sicherung hängt. Durch welche Maßnahme werden die Kräfte gleichmäßiger?

1.8 Das Hebelgesetz von ARISTOTELES² und ARCHIMEDES³

Gegeben sind 2 parallele Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 im Abstand $a_1 + a_2$, Bild 1.10. Wo liegt die Wirkungslinie der Resultierenden \vec{F}_R ? Die Lösung liefert das Hebelgesetz.

Hebelgesetz: Die Hebelarme sind den Kräften umgekehrt proportional.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{F_2}{F_1} \quad (1.5)$$

Für die Größe von F_R gilt:

$$F_R = F_1 + F_2$$

Ihre Wirkungslinie ist zu \vec{F}_1 bzw. \vec{F}_2 parallel.

Auch die umgekehrte Fragestellung lässt sich über das Hebelgesetz lösen: Die Zerlegung einer Kraft nach zwei Wirkungslinien, die zur ursprünglichen Kraft parallel sind. Hierzu folgendes Beispiel.

Beispiel 1.2

Der Radlader in Bild 1.11 hat mit Schaufelfüllung eine Gewichtskraft $F_G = 120 \text{ kN}$. Sie wirkt $a = 0,5 \text{ m}$ hinter dem Vorderrad. Der Radstand beträgt $l = 3 \text{ m}$.

Mit welchen Kräften F_v und F_h drücken die Vorder- bzw. Hinterräder auf den Grund?

² ARISTOTELES 384 – 322 v. Chr.

³ ARCHIMEDES von SYRAKUS 287 – 212 v. Chr.

Lösung:

Nach dem Hebelgesetz gilt:

$$\frac{F_v}{F_h} = \frac{l - a}{a} = \frac{2,5 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = 5 \quad \rightarrow \quad F_v = 5 F_h \quad (*)$$

F_v und F_h sind zusammen so groß wie F_G :

$$F_v + F_h = F_G \quad (**)$$

(*) in (**) liefert:

$$5 F_h + F_h = F_G$$

$$F_h = \frac{F_G}{6} = \frac{120 \text{ kN}}{6} = 20 \text{ kN}$$

$$F_v = 5 F_h = 100 \text{ kN}$$

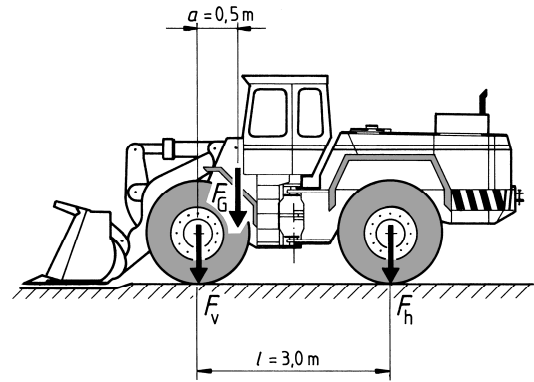


Bild 1.11 Die Zerlegung der Kraft \vec{F}_G in dazu parallele Kräfte \vec{F}_v und \vec{F}_h

1. Nennen Sie zwei äußere Kräfte.
2. Durch welche Merkmale ist der gebundene Kraftvektor festgelegt?
3. Wie hängt die Kräfteinheit N mit den Basiseinheiten zusammen?
4. Unter welchen Bedingungen sind 2 Kräfte im Gleichgewicht?
5. Was besagt das Wechselwirkungsgesetz?
6. Kann bezüglich der äußeren Wirkung eine Kraft längs ihrer Wirkungslinie verschoben werden?
7. Welche Bedeutung hat die Diagonale im Kräfteparallelogramm?
8. Wie lautet das Hebelgesetz?

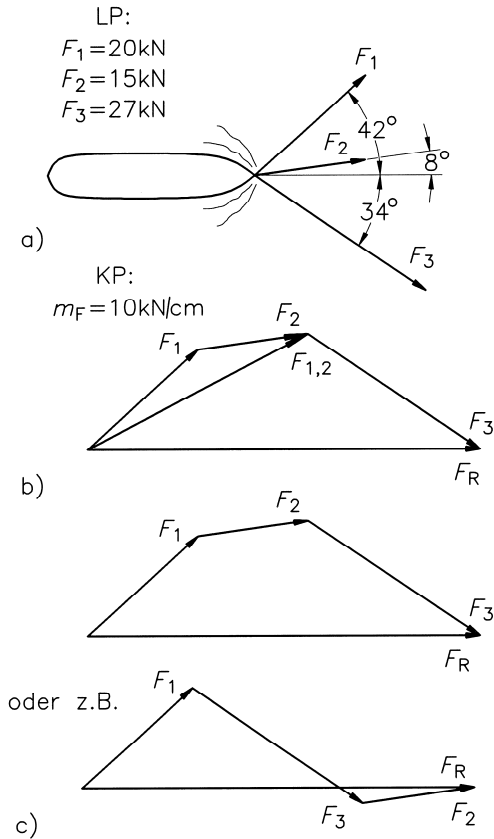


Bild 2.1 Konstruktion der Resultierenden
 a) Lageplan
 b) Kräfteplan mit der Zwischenresultierenden $\vec{F}_{1,2}$
 c) Kräftecke mit unterschiedlicher Kräftefolge

2 Die resultierende Kraft eines zentralen ebenen Kräftesystems

Vektoraddition der Kräfte, algebraische Addition der kartesischen Kraftkomponenten

Zentrales Kräftesystem heißt: Die Wirkungslinien aller Kräfte schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt.

Außerdem sollen vorläufig alle Kräfte in der Zeichenebene liegen.

2.1 Graphische Lösung

Wieder nehmen wir das Beispiel Schiff, das diesmal von drei Schleppern gezogen wird, Bild 2.1 a. Näherungsweise wollen wir annehmen, dass die Tauen am selben Schiffspunkt befestigt und horizontal sind.

Gemäß Kap. 1.6 zeichnen wir zunächst im Kräfteplan (KP) die Resultierende $\vec{F}_{1,2}$ aus den Kräften \vec{F}_1 und \vec{F}_2 , Bild 2.1b. Die Richtungen von \vec{F}_1 und \vec{F}_2 ergeben sich aus dem Lageplan (LP) durch Parallelverschieben. Anschließend fassen wir $\vec{F}_{1,2}$ mit \vec{F}_3 zur Gesamtresultierenden \vec{F}_R zusammen. Wenn noch mehr Kräfte wirken, setzen wir den Prozess fort, bis alle Kräfte im KP aufgetragen sind.

Es geht auch ohne Zwischenresultierende, Bild 2.1c. Wir hängen einfach alle Kraftpfeile aneinander. Die Resultierende liegt zwischen dem Anfangspunkt der ersten Kraft und der Pfeilspitze der letzten Kraft. Die Reihenfolge der Kräfte spielt hierbei keine Rolle.

Das Aneinandersetzen der Kraftpfeile entspricht einer Vektoraddition:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

Aus Bild 2.1 ergibt sich:

$$F_R \hat{=} 5,2 \text{ cm} \rightarrow F_R \approx 52 \text{ kN} \quad (\text{nach rechts gerichtet})$$

2.2 Analytische Lösung

Jetzt denken wir uns die Kräfte in einem kartesischen Koordinatensystem, Bild 2.2a. Die Kraftpfeile können unmaßstäblich sein. Winkel zählen positiv im Gegenuhrzeigersinn, negativ im Uhrzeigersinn.

Gemäß Kap. 1.1 zerlegen wir alle Kräfte in ihre Komponenten F_{xi} und F_{yi} .

$$F_{xi} = F_i \cdot \cos \alpha_i$$

$$F_{yi} = F_i \cdot \sin \alpha_i$$

$F_{x1}, F_{x2} \dots$ zeigen alle in x-Richtung und dürfen deshalb algebraisch addiert werden. Das ergibt F_{Rx} . Analog dazu erhalten wir F_{Ry} . Anschließend lassen sich F_R (mit Hilfe des Satzes von PYTHAGORAS¹) und α bestimmen, Bild 2.2b.

Größe und Richtung der resultierenden Kraft:

$$F_{Rx} = F_{x1} + F_{x2} + \dots = \sum_{i=1}^n F_{xi} \quad (2.1 a)$$

$$F_{Ry} = F_{y1} + F_{y2} + \dots = \sum_{i=1}^n F_{yi} \quad (2.1 b)$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} \quad (2.1 c)$$

$$\alpha = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \quad (2.1 d)$$

α legt nur die Richtung der Wirkungslinie fest. Der Richtungssinn ist anhand der Kraftkomponente F_{Rx} oder F_{Ry} zu klären.

Zahlenrechnung:

$$F_{Rx} = [20 \cdot \cos 42^\circ + 15 \cdot \cos 8^\circ + 27 \cdot \cos (-34^\circ)] \text{ kN} \approx 52,1 \text{ kN}$$

$$F_{Ry} = [20 \cdot \sin 42^\circ + 15 \cdot \sin 8^\circ + 27 \cdot \sin (-34^\circ)] \text{ kN} \approx 0,4 \text{ kN}$$

$$F_R = \sqrt{52,1^2 + 0,4^2} \text{ kN} \approx 52,1 \text{ kN}$$

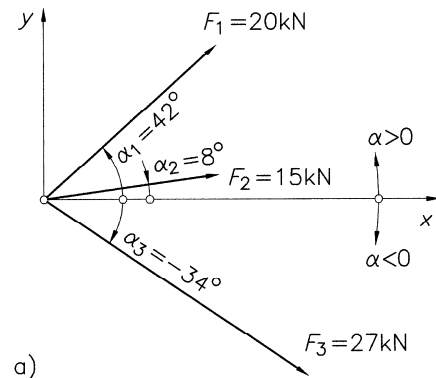
$$\alpha = \arctan \frac{0,4 \text{ kN}}{52,1 \text{ kN}} \approx 0,4^\circ$$

Übung 2.1

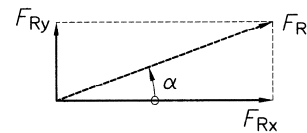
Ein Tanker wird von drei Schleppern in den Hafen bugsiert, Bild 2.3. Von allen Schleppern sind die Zugrichtungen bekannt, die Zugkräfte dagegen nur von Schlepper 1 und 2.

Bestimmen Sie F_3 so, dass die resultierende Kraft \vec{F}_R auf den Tanker in die gewünschte Fahrtrichtung zeigt. Wie groß ist F_R ? Graphische und analytische Lösung.

1. Was heißt zentrales Kräftesystem?
2. Welche Vorzeichenregelung gilt für den Winkel zwischen x-Achse und Kraftpfeil?



a)



b)

Bild 2.2 Analytische Bestimmung der Resultierenden

- a) Kräfte im kartesischen Koordinatensystem
- b) Bestimmung von F_R und α aus F_{Rx} und F_{Ry}

1

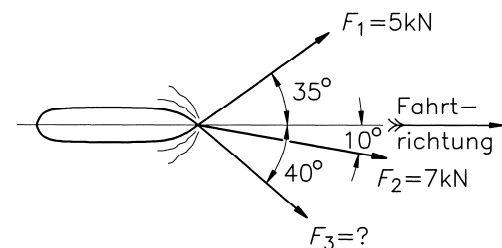


Bild 2.3 Zu Übung 2.1

¹ PYTHAGORAS 6. Jahrh. v. Chr.

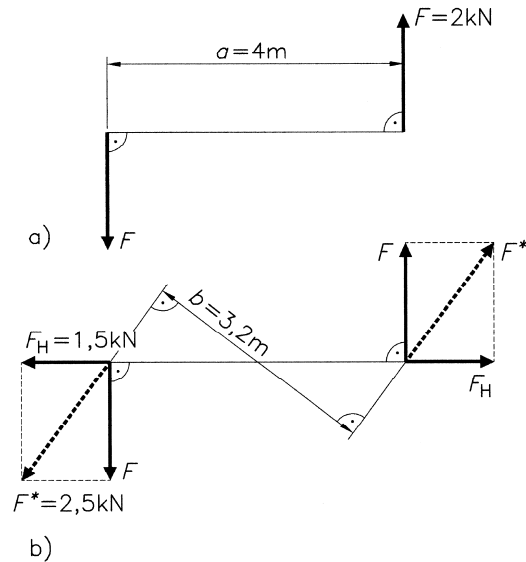


Bild 3.1 Kräftepaar

- Kräftepaar $F \cdot a$
- statisch gleichwertiges, gedrehtes Kräftepaar $F^* \cdot b$

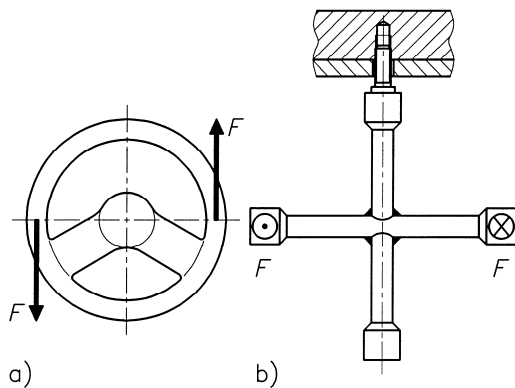


Bild 3.2 Beispiele für Kräftepaare

- beidhändiges Lenken
- Anziehen einer Schraube mit dem Kreuzschlüssel
(links kommt die Kraft aus der Zeichenebene heraus, rechts geht sie hinein)

3 Kräftepaar und Moment einer Kraft

Moment des Kräftepaares, Gleichgewicht zweier Kräftepaare, Parallelverschiebung einer Kraft, Versetzungsmoment, Moment einer Einzelkraft, Momentenvektor, Parallelverschiebbarkeit des Momentenvektors, Moment einer Einzelkraft in Bezug auf den Koordinatenursprung

3.1 Das Kräftepaar

Gegeben sind gemäß Bild 3.1a zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete parallele Kräfte im Abstand a .

Wir berechnen das Produkt aus Kraft und Abstand:

$$F \cdot a = 2 \text{ kN} \cdot 4 \text{ m} = 8 \text{ kNm}$$

Jetzt nehmen wir zwei gleich große Hilfskräfte \vec{F}_H hinzu, Bild 3.1b. Sie verändern nichts, da sie sich insgesamt aufheben. Jedoch lassen sich \vec{F} und \vec{F}_H zur Kraft \vec{F}^* zusammenfassen.

Wieder berechnen wir das Produkt aus Kraft und Abstand:

$$F^* \cdot b = 2,5 \text{ kN} \cdot 3,2 \text{ m} = 8 \text{ kNm}$$

Die beiden Kräfte \vec{F} lassen sich nicht zu einer Resultierenden zusammenfassen, sondern nur umwandeln in wiederum gleich große, entgegengesetzt gerichtete parallele Kräfte \vec{F}^* .

Das Produkt aus Größe und dem Abstand der Wirkungslinien ist konstant.

Zwei Kräfte dieser Eigenschaft heißen Kräftepaar.

$F \cdot a = F^* \cdot b = M^*$ heißt Moment des Kräftepaares (Einzelmoment).

Bild 3.2 zeigt zwei alltägliche Beispiele eines Kräftepaares: beidhändiges Drehen am Lenkrad und Anziehen einer Schraube mit dem Kreuzschlüssel.

Wir machen ein Experiment gemäß Bild 3.3. Eine Platte mit zwei Sechskantschrauben ist über zwei Kraftmessdosen aufgehängt. Mit einem Steckschlüssel üben wir zunächst auf die Schraube A ein Kräftepaar mit dem Moment $M^* = F \cdot a = 50 \text{ Nm}$ aus. Die rechte Kraftdose zeigt eine positive Kraft (Zugkraft) und die linke eine negative Kraft (Druckkraft) von $F^* = 50 \text{ N}$ an.

Sachwortverzeichnis

- Abklingkoeffizient 198
 Abklingzeit 203
 Abscheren 236, 281
 Absolutbeschleunigung 135
 Absolutgeschwindigkeit 131, 134
 Amplitude 193
 Anfangsbedingung 194
 Anstrengungsverhältnis 367
 Aperiodischer Grenzfall 201
 Arbeit 141, 276
 Arbeitsprinzip 276
 a, t -Diagramm 107
 Äußere Arbeit 276
 Äußerlich statisch bestimmt 74
 Axiale Flächenmomente 298
- Bahn** 103
 Bahnbeschleunigung 107
 Balken 29ff.
 Balken auf zwei Stützen 29, 54ff.
 Bandbremse 82
 Basisvektoren 103
 Baustähle, Zugfestigkeiten A9.5
 Bauteilfestigkeit 380
 Beanspruchungsarten 236
 Beanspruchungsfälle 362
 Begleitendes Dreibein 120
 Behälter
 – dickwandige A15.1, A15.3
 – dünnwandige 293
 BERNOULLIsche Hypothese 309
 Beschleunigung 104
 Beschleunigungs-Zeit-Diagramm 107
 Beschleunigungsvektor 104
 Betriebsfestigkeit 363
 Bewegungsgesetz 145
 Bewegungsgröße 195
 Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers 16, 37, 123
 Bezugssystem 131
 Biegedruckspannung 310
 Biegefestigkeit 311
 Biegeflächenmoment 322
 Biegehauptachsen 309
 Biegekritische Drehzahl 196
- Biegelinie 321
 Biegemoment 54ff.
 Biegemomente von statisch bestimmten Trägern A3.1
 Biegemomente von statisch unbestimmten Trägern A14.2
 Biegemomenten-Diagramm 55
 Biegeschwingung A6.1, A6.2
 Biegespannung 310
 Biegesteifigkeit 322
 Biegeverformungen von statisch bestimmten Trägern A14.1
 Biegeverformungen von statisch unbestimmten Trägern A14.2
 Biegewechselfestigkeit 362, A10.1
 Biegewiderstandsmoment 310, A7.1
 Biegewinkel 321
 Biegezugspannung 310
 Biegung 308ff.
 – gerade 308ff.
 – mit Querkraft 315
 – reine 308ff.
 – schiefe 312ff.
- Bogenschubkurbel 130
 Bogenträger 64
 Bolzenverbindung 281
 BREDT'sche Formeln 338, 339
 BREWSTER'sches Gesetz 257
 Bruchdehnung 266
 Bruchfläche 361
- CORIOLIS-Beschleunigung 117, 135
 CORIOLIS-Kraft 180
 COULOMBS'sches Gesetz 77
 CULMANN'sche Gerade 23
- D'ALEMBERT'sche** Trägheitskraft 146
D'ALEMBERT'sches Hilfsmoment 174
 Dämpfer 198
 Dämpfung 198ff.
 Dämpfungsgrad 199, A6.3
 Dämpfungskoeffizient 198
 Dauerbruch 361
- Dauerfestigkeit 361
 Dauerfestigkeitsversuch 361
 dB-Skala 204
 Dehngrenze 265
 Dehnung 262
 Dehnungskreis, MOHR'scher 394
 Dehnungsmessstreifen – Methode 391ff.
 Deviationsmoment 162
 Dichte 2, A9.3
 Differentialgleichung
 – der Biegelinie 322
 – der Stabknickung 354
 – der Schwingung 194, 198
 DMS-Methode 391ff.
 Drall 165
 Drallsatz 166
 Drehbewegung 112, 123
 Drehimpuls 165
 Drehimpulssatz 166
 Drehpol 127
 Drehschwingung 196, A6.1
 Drehsinn eines Moments 12
 Drehstoß 191
 Drehung 123
 Drehvektor 124
 Drehzahl 113
 – kritische 196
 Dreiachsiger Spannungszustand 242, 365
 Dreibein, begleitendes 120
 Dreigelenkbogen 32
 Druck 279
 Druckbeanspruchung 279
 Druckspannung 243
 Dünnwandige Behälter 293
 Dünnwandige Profile 337, 342
 Dünnwandige Ringe 285
 Durchbiegung 321
 Durchlässigkeit 211
 Dynamische Beanspruchung 237, 361
- Ebene Bewegung 103ff., 123ff., 164ff.
 Ebener Spannungszustand 244ff.

- Ebenes Kräftesystem 8, 14, 19
 Eigenkreisfrequenz 194, 196
 Eigenkreisfrequenzen von homogenen Biegestäben A6.2
 Eigenkreisfrequenzen von Schwingern mit einem Freiheitsgrad A6.1
 Eigenschwingung 192
 Einachsiger Spannungszustand 240
 Eingeprägte Kraft 3
 Einheitsvektor 103
 Einspannung 17, 62
 Einzelkraft 29
 Einzelmoment 10
 Elastische Knickung 353 ff.
 Elastische Energie 276
 Elastische Linie 321
 Elastischer Stoß 184
 Elastizitätsgesetz 267
 Elastizitätsgrenze 266
 Elastizitätsmodul 265, A9.1
 Energie
 – der Feder 142
 – der Lage 142
 – der Rotation 168
 – der Translation 157
 – elastische 276
 – kinetische 157, 168
 – potentielle 142
 Energiesatz 158
 Entartete Lagerung 18
 Entlastungskerven 382
 Erregerkreisfrequenz 205
 Erregungsarten 205
 Erzwungene Schwingung 205 ff.
 EULER-Fälle 355
 EULER-Hyperbel 356
 EULERsche Knicklast 355
 Exzentrischer Stoß 190
 EYTELWEINSche Gleichung 81

Fachwerk 74 ff.
 Fahrgeschäfte 139, 149, 150, 160
 Fallbeschleunigung 3
 Feder 142
 Feder-Masse-Dämpfer-Schwinger 198
 Feder-Masse-Schwinger 193
 Federkonstante 279
 Festigkeitshypothesen 364 ff.
 Festigkeitslehre 233 ff.
 Festigkeitsbedingung 233, 279, 364

 Festlager 17, 38
 Flächen-Deviationsmoment 298
 Flächenmoment 1. Grades 297
 Flächenmoment 2. Grades 298 ff., A7.1
 Flächenmoment, polares 299
 Flächenmomente, axiale 298, A7.1
 Flächennormale 54, 243
 Flächenpressung 281
 Fliehkraft 147
 Fließspannung 280
 F_N -Verlauf 65 ff.
 Formänderungsarbeit
 – bei Biegung 328
 – bei Torsion 336
 – bei Zug und Druck 279
 Formel von A. FÖPPL für das Torsionsflächenmoment 342
 Formzahl 382
 Formzahldiagramme A11.1
 F_Q -Diagramm 55
 F_Q -Verlauf 55
 Freie Schwingung 193 ff., 198 ff.
 Freier Fall mit Luftwiderstand 147
 Freier Fall ohne Luftwiderstand 107
 Freiheitsgrad 16, 123
 Freimachen 16
 Fremderregung 192, 205
 Frequenz 193
 Frequenzverhältnis 207
 Fügen 288
 Führungsbeschleunigung 135
 Führungsgeschwindigkeit 131, 134
 Führungskraft 180

GALILEI, G., freier Fall 107
 Gartenschere 20
 Gedämpfte Schwingung 198 ff.
 Gelenk 17, 38
 GERBER-Träger 30
 Gesamtwirkungsgrad 143
 Geschwindigkeit 104
 Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm 107
 Geschwindigkeitspol 127
 Geschwindigkeitsvektor 104
 Gestaltänderungsenergiehypothese 366
 Getriebewelle 40, 42, 45, 69, 71, 327, 330

 Gewicht 3
 Gewichtskraft 3
 Gleichförmige Kreisbewegung 113
 Gleichgewicht von drei nichtparallelen Kräften 19
 Gleichgewichtsaxiom 3
 Gleichgewichtsbedingungen 19, 37
 Gleitbruch 241
 Gleitreibung 77
 Gleitreibungskraft 77
 Gleitreibungswinkel 78
 Gleitreibungszahl 77, A4.2a, A4.2b
 Grenz-Schwingenspielzahl 361
 Größeneinfluss 385
 Größenfaktoren 386
 Grundaufgaben der Kinematik 108
 GULDINSche Regeln 51

Haftreibung 77
 Haftreibungskraft 77
 Haftreibungssektor 78
 Haftreibungswinkel 78
 Haftreibungszahl 77, A4.1
 Haftreibungszahlen von Pressverbänden A4.3
 Harmonische Schwingungen 193
 Hauptachsen 162, 247, 302
 Hauptflächenmomente 302
 Hauptspannungen 247, 365
 Hauptträgheitsmomente 162
 Hebelarm 12
 Hebelarm der Rollreibung 84
 Hebelgesetz 6
 HERTZsche Flächenpressung 281
 Hintereinanderschaltung von Federn A6.1
 Hobelmaschine, Kinematik einer 220
 Homogener Spannungszustand 240, 243
 HOOKEsches Gesetz 265

Impuls 151
 Impulserhaltungssatz 152
 Impulssatz 151
 Impulssatz mit veränderlicher Masse 153
 Inertialsystem 102
 Innere Arbeit 276
 Innere Kräfte und Momente 4, 16, 54

- Innerlich statisch bestimmt 74
 Isochromatenordnung 259
 Isotropes Material 267

Kartesische Koordinaten 2, 33
 Kerbempfindlichkeitszahl 384, A11.2
 Kerbfälle 382
 Kerbparameter 382
 Kerbwirkung 381
 Kerbwirkungszahl 383, A11.3
 Kesselformel 294
 Kilogramm A1.1
 Kinematik 103 ff.
 Kinetik 141 ff.
 Kinetik der ebenen Bewegung des starren Körpers 164 ff.
 Kinetik der Relativbewegung 180 ff.
 Kinetische Energie 157, 168
 Kippen 12, 45
 Klebverbindung 282
 Knicken, elastisches 353
 Knicken, plastisches 357, A12.1
 Knicklänge 355
 Knicklast, EULERSche 355
 Knicksicherheit 357
 Knickspannung 356
 Knickung 353 ff.
 Knoten 74
 Komponenten des Kraftvektors 2, 33
 Komponenten des Momentenvektors 34
 Kontaktkräfte 4
 Koppelschwingungen 214
 Krafteck 5
 Kräftepaar 10 ff.
 Kräfteparallelogramm 5
 Kräfteplan 8
 Kräftesystem
 – beliebiges räumliches 36
 – nicht zentrales ebenes 14
 – zentrales ebenes 8
 – zentrales räumliches 36
 Kraftstoß 152
 Kraftvektor 1
 Kraftzerlegung 5, 22
 Kreisbahn 112
 Kreisfrequenz 193, 194, 199
 Kreiszyylinder auf schiefer Ebene 170, 174, 175

 Kreiszyllindrischer Behälter 293
 Kreuzschubkurbel 115
 Kritische Drehzahl 196
 Krümmungsradius 121
 Kugelbehälter 294
 Kupplungsvorgang 188, 191

Lageplan 8
 Lager 16 ff.
 Lagerreaktionen 16
 – von statisch bestimmten Trägern 29 ff., 37 ff., A3.1
 – von statisch unbestimmten Trägern A14.2
 Lagerung ebener Körper 16 ff.
 Lagerung räumlicher Körper 37 ff.
 Längenänderung 262
 LEHRsches Dämpfungsmaß 199
 Leistung 143
 Linear-elastisches Material 265
 Linear-elastisches isotropes Material 267
 Linearer Schwinger 192
 Linienschwerpunkt 48
 Lochleibungsdruck 281
 Lochleibungsspannung 281
 Logarithmisches Dekrement 203
 Loslager 17
 Lötverbindung 282

Malteserkreuz-Schrittgetriebe 138
 Masse 2
 Massen homogener dünner Schalen A5.2
 Massen homogener Körper A5.1
 Massenmittelpunkt 47
 Massenpunkt 101
 Mathematisches Pendel A6.1
 M_b -Diagramm 55
 M_b -Fläche 55
 M_b -Verlauf 55
 Mechanische Arbeit 141
 Mehrachsige Beanspruchung 364
 Mittelspannung 362
 MOHRscher Dehnungskreis 394
 MOHRscher Spannungskreis 253, 394
 Moment
 – einer Kraft 11
 – eines Kräftepaars 10
 Momentanpol 127

 Momentenstoß 166
 Momentenvektor 12
 M_t -Verlauf 70

Natürliche Koordinaten 110
 Negatives Schnittufer 54, 243
 Nennspannung 382
 Neutrale Faser 311
 NEWTONsche Grundgesetze 145
 Nietverbindung 281
 Nockensteuerung 116, 219
 Normalbeschleunigung 111
 Normalkraft 54
 Normalspannung 239
 Normalspannungshypothese 365
 Null-Linie 311, 313
 Nullstab 75
 Nutzarbeit 143

Oberflächeneinfluss 384
Oberflächenfaktor 385
Oberspannung 362
Ortsvektor 103

PAPPUS-GULDINsche Regeln 51
 Parallelschaltung von Federn A6.1
 Parallelverschiebung 123
 Parallelverschiebung einer Kraft 11
 Pendel, mathematisches A6.1
 Pendel, physikalisches A6.1
 Pendellänge A6.1
 Pendelstütze 17, 74
 Periodendauer 193
 Phasenverschiebung 194
 Phasenwinkel 194
 Plastisches Biege widerstandsmoment 311
 Plastisches Grenzbiegemoment 311
 Plastischer Stoß 185
 Pleuelstange 127
 POISSON-Zahl 265
 Pol 15
 Polares Flächenmoment 299
 Polarkoordinaten 116
 Polfigur 15
 Polstrahlen 15
 Portalroboter 121
 Positives Schnittufer 10, 243
 Potentielle Energie 142
 Profilmittellinie 337

- Profilwerte von Walzprofilen A8.1
 bis A8.7
 Proportionalitätsgrenze 265
 Punktableitung 104
 Punktmasse 101
- Querdehnung** 263, 265
 Querdehnzahl 265, A9.2
 Querkraft 54
 Querkraft, Schubspannung infolge
 347
 Querkraft-Diagramm 55
 Querkraft-Diagramme von statisch
 bestimmten Trägern A3.1
 Querkraft-Fläche 55
 Querkraftbiegung 315
 Querkraftfreie Biegung 308
 Querkraftschub 346ff.
 Quetschgrenze 357
- Rad** 83
 Radialkraft 42
 Radiallager 38
 Rahmen 65ff.
 Rahmen ohne und mit Verzweigung
 65ff., 71
 Raketenbewegung 153
 Randbedingungen 323, 354
 Randschicht-Verfestigungsfaktor
 385
 Räumliche Lagerung 37
 Räumliche Punktbeugung 120
 Räumlicher Spannungszustand
 242ff., 365
 Räumliches Kräftesystem 33ff.
 Reaktionskräfte 16
 Reduzierte Masse 190
 Reduziertes Trägheitsmoment 172
 Reibung 77ff.
 Reibungsarbeit 142
 Reibungskraft 77
 Reine Biegung 308ff.
 Reißlänge 290, A9.6
 Relativbeschleunigung 135
 Relativbewegung 131ff.
 Relativbewegung, Kinetik der
 180ff.
 Relativgeschwindigkeit 131, 134
 Resonanz 208
 Resultierende 5, 8, 14, 15, 36
 Resultierende Geschwindigkeit 131
- Resultierende Kraft 5, 8, 14, 15, 36
 Resultierende Normalspannung 369
 Resultierendes Moment 12, 36
 Riemenreibung 80ff.
 Riementrieb 80ff.
 Ringe
 – dickwandige A15.1
 – dünnwandige 285
 RITTER-Schnitt 76
 Rollbedingung 84, 175
 Rollenlager 17
 Rollreibung 83
 Rollreibung, Hebelarm der 84
 Rollreibungszahl 84
 Rollwiderstand 83
 Rotation 123
 Rotation
 – um eine Achse durch den
 Momentanpol 170
 – um eine feste Achse 170
 – um eine Trägheitshauptachse
 durch den Schwerpunkt 165
 Rotierender Ring 289, A15.1
 Ruhende Beanspruchung 237, 362
 Rutsche 121
- Satz von CASTIGLIANO** 398
 Satz von den zugeordneten
 Schubspannungen 243
 Satz von STEINER 162, 301
 Scherspannung 281
 Scherung 263, 281
 Schiebung 263
 Schiefe Biegung 312ff.
 Schiefe Ebene 146
 Schiefer Stoß 189
 Schiefer Wurf 104
 Schlankheitsgrad 356
 Schlusslinie 26
 Schmiegeebene 120
 Schnittgrößen 54
 Schnittkräfte und -momente 54
 Schnittprinzip 54
 Schnittpuffer, positives und negatives
 54, 243
 Schrumpfspannung 287ff.
 Schrumpfung 287ff., A15.4
 Schub 281ff., 346ff.
 Schubfluss 337
 Schubkurbel 114
 Schubmittelpunkt 350, A7.3
- Schubmodul 267
 Schubspannung 239
 – bei Querkraftbelastung 347
 – bei Torsion 333
 – in Verbindungsmitteln 281, 282
 – maximale 249
 Schubspannungshypothese 366
 Schubverzerrung 263
 Schubwinkel 263
 Schwache Dämpfung 199
 Schweißverbindung 282
 Schwellende Beanspruchung 362
 Schwellfestigkeit 362
 Schwerpunkt 46ff.
 – von ebenen Flächen 50, A2.2
 – von Linien 48, A2.3
 – von Körpern 47
 – von Mantelflächen 48, A2.1
 – von Volumina 48, A2.1
 Schwerpunktfaser 308
 Schwerpunktsatz 151
 Schwingbruchfläche 361
 Schwingspielzahl 361
 Schwingung, Differentialgleichung
 der 194, 198
 Schwingungen
 – erzwungene 205ff.
 – freie gedämpfte 198ff.
 – freie ungedämpfte 193ff.
 Schwingungsamplitude 193
 Schwingungsdämpfung 210
 Schwingungsformen von homogenen
 Biegestäben A6.2
 Schwingungsfrequenz 193
 Schwingungsisolierung 210ff.
 Schwingungsstörung 210
 Schwingungstilgung 214ff.
 Seileckverfahren 15, 26
 Seilkraft 80
 Seilreibung 80ff.
 Seilstrahlen 15
 SI-Einheitensystem A1.1
 Sicherheitsbeiwert 233, A10.2
 – gegen Bruch 280
 – gegen Dauerbruch 388
 – gegen Fließen 280
 – gegen Knicken 357
 Sicherheitsnachweis 234
 Spannung 239ff.
 Spannungs-Dehnungs-Diagramm
 264

- Spannungsaus Schlag 361
 Spannungskonzentration 381
 Spannungskreis, MOHRscher 253, 394
 Spannungsoptik 256 ff.
 Spannungsoptische Konstante 258
 Spannungsverhältnis 362
 Spannungszustand
 – ebener (zweiachsiger) 244 ff.
 – einachsiger 240 ff.
 – räumlicher (dreiachsiger) 242 ff.
 Spezifische innere Arbeit 277
 Spezifischer Torsionswinkel 332
s,t-Diagramm 107
 Stab 74
 Stabilitätsproblem 353
 Stabkräfte 74
 Stabwerk, statisch bestimmtes 74, 271
 Stabwerk, statisch unbestimmtes 273
 Standseilbahn 179
 Starrer Körper 1, 101
 Statisch bestimmt 18, 74
 Statisch unbestimmt 18
 Statisch unbestimmte Systeme
 – bei Biegung 324, 401, 404, A14.2
 – bei Torsion 341
 – bei Zug und Druck 273, 403
 Statische Belastung 238
 Statisches Moment der Fläche 50, 297, 347
 STEINERScher Satz 162, 301
 Steinzange 80, 86
 Stoffgesetze 264 ff.
 Stoß 183 ff.
 – elastischer 184
 – gerader exzentrischer 190
 – gerader zentraler 183
 – mit und ohne Energieverlust 185
 – plastischer 185
 – schiefer zentraler 189
 – teilelastischer 185
 Stoßmittelpunkt 190
 Stoßnormale 183
 Stoßzahl 185
 Streckenlast 29, 56
 Streckgrenze 266
 Strichableitung 104
 Stufenprinzip 156
 Stützwirkung 380, 384
 Stützzahl
 – dynamische 384
 – plastische 380
 Superpositionsprinzip 268
 System mit veränderlicher Masse 153
 Tangenteneinheitsvektor 110
 Tangentialbeschleunigung 111
 TETMAJER-Gerade 357
 Thermische Dehnung 269
 Thermischer Längenausdehnungskoeffizient 269, A9.4
 Tonne 3, A1.3
 Torsion 331 ff.
 – dünnwandiger einfach geschlossener Profile 337 ff.
 – dünnwandiger offener Profile 342
 – kreiszylindrischer Stäbe 331 ff.
 Torsionsfederkonstante 196
 Torsionsflächenmoment 332, A7.2
 Torsionsmoment 54
 Torsionsschubspannung 333
 Torsionsschwingung 196, A6.1
 Torsionssteifigkeit 333
 Torsionswechselfestigkeit 362, A10.1
 Torsionswiderstandsmoment 333, A7.2
 Torsionswinkel 333
 Tragwerke 29 ff.
 Träger gleicher Biegespannung 319
 Trägheitsdrehmoment 174
 Trägheitsgesetz 145
 Trägheitshauptachsen 162
 Trägheitskraft 146
 Trägheitsmoment 161 ff.
 Trägheitsmomente
 – homogener dünner Schalen A5.2
 – homogener Körper A5.1
 Trägheitsradius 356
 Translation 123
 Trennbruch 241
 Turbinenstufe, Kinematik einer 132
 Turbinenstufe, Kinetik einer 153
 Überkritische Erregung 208
 Überlagerungsprinzip 268
 Überlastungskerven 383
 Umfangsgeschwindigkeit 113
 Umfangskraft 81
 Umlaufgetriebe 126, 218
 Umschlingungswinkel 81
 Ungedämpfte Schwingung 193 ff.
 Unterkritische Erregung 208
 Unterspannung 362
 Unwucht 205
 Unwuchterregung 205
 Vektor 1
 – freier 12
 – gebundener 1
 Vektoraddition 8
 Vektorprodukt 124
 Veränderliche Masse 153
 Verbindungsmittel 281
 Verdrehkritische Drehzahl 196
 Verdrehwinkel 333
 Verformung
 – des Biegebalkens 321 ff.
 – des Torsionsstabes 331 ff.
 – des Zug- und Druckstabes 279
 Vergleichsspannungen 364 ff., A13.1
 Vergleichsmoment 373
 Vergrößerungsfaktor 206 ff.
 Vergrößerungsfunktion 206 ff.
 Verlustarbeit 142
 Versetzungsmoment 11
 Verwölbung 337
 Verzerrung 262 ff.
 Verzerrungsarbeit 276
 Viskose Dämpfung 198
 Volumendehnung 270
 von MISES-Hypothese 366
 Vorspannkraft 274
v,t-Diagramm 107
 Waddrehkran 19
 Wägewert 3
 Wärmedehnung 269
 Wärmespannung 269
 Wechselfestigkeit 362, A10.1
 Wechselwirkungsgesetz 4, 145
 Weg 107
 Weg-Zeit-Diagramm 107
 Wegkoordinate 107
 Werkstoffkennwerte 233
 Wertigkeit von Lagern 17
 Winkelbeschleunigung 112

- Winkelgeschwindigkeit 112
 Wirkungsgrad 143
 Wirkungslinie 2
 WÖHLER-Diagramm 362
 Wölbfreie Profile 337
 Wurfparabel 104

Zahnrad-Getriebewelle 40, 42, 69,
 71, 327, 330
 Zeitfestigkeit 362
 Zeitkonstante 203
 Zeitschwingfestigkeit 362
 Zeitverlauf einer Belastung 237
 Zentrales Kräftesystem, ebenes 8

 Zentrales Kräftesystem, räumliches
 36
 Zentrifugalkraft 147
 Zentripetalbeschleunigung 111
 Zentripetalkraft 147
 Zerlegung einer Kraft 5, 22
 Zug 279
 Zugdruckwechselfestigkeit 362,
 A10.1
 Zugeordnete Schubspannungen
 243
 Zugfestigkeit 266, A9.5
 Zugspannung 243
 Zugstab 279

 Zugversuch 264 ff.
 Zulässige Spannungen 280
 Zusammengesetzte Beanspruchung
 von Stäben 369 ff.
 Zusammensetzung von Kräften 5, 8,
 14, 15, 36
 Zwangskräfte 16
 Zweiachsiger Spannungszustand
 244 ff.
 Zweigelenkstab 17, 74
 Zylinderkoordinaten, Geschwindigkeit
 und Beschleunigung in 120